



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

ELENCO TEMI DELLA PROVA D'AMMISSIONE – CICLO XXI

ANGLISTICA

- a) Prescriptive grammars, descriptive grammars and theoretical grammars. Describe and discuss
 - b) The Celtic Revival
 - c) From the presentation of reality to the creation of reality.
-
- a) "Words do not have meanings, people have meanings for words"
 - b) The Victorian Novel
 - c) Discuss the importance of drama in the construction of national identities.
-
- a) The notion of language variety has been of crucial importance in the fields of theoretical linguistics and applied linguistics. Discuss one or both branches.
 - b) The Indian literature in English
 - c) Discuss the awareness of Otherness in Shakespeare's plays.

ARCHEOLOGIA. SVILUPPO STORICO ED INTERRELAZIONI CULTURALI NELL'ANTICHITÀ E NEL MEDIOEVO

Indirizzo Classico

Il candidato illustri le problematiche relative al passaggio dalla preistoria all'età proturbana in una regione a scelta.

Il candidato illustri caratteri e sviluppo dell'architettura religiosa nella Mesopotamia del I millennio a.c.

Il candidato illustri le problematiche relative all'uso dell'iconografia come strumento di propaganda politica e/o religiosa in un periodo e una regione a scelta.

Indirizzo Orientale

Il candidato illustri le problematiche relative ad una produzione artistica di un'area e di un periodo del mondo classico a scelta

Architettura e programma figurativo di un importante monumento del mondo classico a scelta del candidato

Il candidato tratti di rapporti e scambi tra aree e culture differenti del mondo classico in un ambito e in un periodo a scelta

Indirizzo Medievale

Corredi funerari e identità culturale: il candidato illustri caratteri, persistenze e variazioni tra tardo antico e medioevo.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Tipologia e caratteri dell'architettura religiosa tra tardo antico e primo medioevo.

Archeologia della produzione e dei manufatti: l'evoluzione dei materiali d'uso e delle tecniche di produzione in relazione alle modifiche di popolamento e di organizzazione sociale.

BIOCHIMICA E BIOTECNOLOGIE CELLULARI

Indirizzo "Graduatoria Lagrange"

Volendo modellizzare una via metabolica, quale strategia seguireste per fornire al modello i dati necessari alla sua implementazione?

Spiegare, eventualmente con un esempio, perché l'uso della simulazione in biologia può fornire risultati utili.

Strategie per l'estrazione dei dati utili a spiegare comportamenti semplici (ad esempio duplicazione e differenziamento) da insiemi di informazioni ridondanti (banche dati, "DNA array", etc.).

Indirizzo "Graduatoria Ordinaria"

Il ciclo dell'acido citrico: tappe, significato e regolazione.

La trasduzione del segnale di fattori di crescita.

Il proteasoma e suo ruolo nella demolizione delle proteine.

BIOLOGIA EVOLUZIONISTICA E CONSERVAZIONE DELLA BIODIVERSITÀ

La biologia della conservazione e la biologia evoluzionistica mettono in luce interessanti problemi su modalità e meccanismi evoluzionistici e su problemi di conservazione. Descrivete come ne affrontereste uno svolgendo un lavoro di ricerca.

Esponete un progetto di ricerca in biologia evoluzionistica e/o della conservazione.

Lo studio dell'evoluzione e della biodiversità può essere documentata a livello molecolare, organistico o ecosistemico. Descrivere un argomento di ricerca e i relativi metodi di indagine.

BIOSENSORISTICA VEGETALE PER L'AMBIENTE

La biosensoristica vegetale e ambientale: definizioni, applicazioni ed esempi

Le risposta dei vegetali agli stress ambientali

Indicatori vegetali e qualità dell'ambiente



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata

BIOTECNOLOGIE MOLECOLARI

Studio dell'espressione genica negli eucarioti
Strategie per definire la funzione genica nell'era postgenomica
Domini funzionali delle proteine nella segnalazione cellulare

DECISIONI ECONOMICHE, FINANZIARIE ED ATTUARIALI (Temi a fine documento)

DIALETTOLOGIA ITALIANA, GEOGRAFIA LINGUISTICA E SOCIOLINGUISTICA

Minoranze linguistiche in Italia: tipologie, storie, prospettive diverse
Fattori di accelerazione e fattori di resistenza al processo di italianizzazione dei dialetti
Tecniche di elicitazione e obiettivi della ricerca sul campo

DIRITTO CIVILE E INFORMATICA GIURIDICA NELLE SOCIETA' TECNOLOGICAMENTE COMPLESSE

Temi Diritto Civile

La congruità dello scambio contrattuale e la presupposizione.

Il dolo omissivo.

Il contratto preliminare: natura e disciplina; la distinzione dalla c.d. lettera di intenti.

Temi Diritto Privato Comparato

Arbitro e giudice di *common law* e di *civil law* di fronte alle raccolte internazionali di Principi dei contratti.

Fatto e diritto: la scansione tra le due categorie nelle liti di *civil law* e di *common law*.

Privacy e tutela delittuale: evoluzione di un rimedio in luce comparatistica.

Temi Informatica Giuridica

Privacy e nuove tecnologie.

Il luogo di conclusione dei contratti per via telematica.

Banche dati e informatica giuridica documentaria tra *civil law* e *common law*.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

ECONOMIA AZIENDALE

Economia aziendale

La recente evoluzione del bilancio d'esercizio sotto il profilo normativo.
Il concetto di equilibrio finanziario dell'impresa.
Economicità e redditività dell'impresa.

Economia e gestione delle imprese

Il candidato illustri il concetto di: "sistema del valore" e i suoi riflessi sulla gestione delle imprese. Il candidato commenti inoltre i principali contributi dottrinali sul tema della creazione di valore nell'impresa.

L'analisi per processi e i suoi riflessi sulla gestione dell'impresa. Il candidato commenti inoltre i principali contributi dottrinali sulla gestione per processi e sull'activity based management.

Il candidato illustri il concetto di creazione del valore nella gestione d'impresa soffermandosi in particolare sulla creazione di valore per gli azionisti, sul capitale economico e sulle metodologie di analisi. Il candidato commenti inoltre i principali contributi dottrinali sulla creazione di valore dell'impresa.

Economia degli intermediari finanziari

Rischi gravanti sulle gestioni bancarie e i principali equilibri di gestione.
L'industria del risparmio gestito.
Le concentrazioni bancarie.

ECONOMIA DELLA COMPLESSITÀ E DELLA CREATIVITÀ

Qual è il contributo di Joseph Schumpeter alla teoria economica? b - Razionalità umana e processi economici. c - La complessità come paradigma di ricerca, con particolare riferimento alle scienze sociali.

Caratteristiche dell'equilibrio economico generale walrasiano e principali critiche. b - Come si può applicare la teoria dei costi di transazione alla conoscenza intesa come bene economico. c - Modelli per le scienze sociali, tenendo conto della complessità.

La critica di Sraffa a Walras. b - Il ruolo economico della path-dependence. c - La complessità come strumento per comprendere il funzionamento delle organizzazioni e delle imprese.

FILOSOFIA ED ERMENEUTICA FILOSOFICA

Ermeneutica filosofica e filosofia pratica nel secondo Novecento.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Il rapporto tra scienza ed esperienza, come dibattuto in un'epoca della storia della filosofia a scelta del candidato.

La relazione mente-corpo nell'ambito della filosofia contemporanea.

FISICA FONDAMENTALE APPLICATA ED ASTROFISICA (Temi a fine documento)

FISIOLOGIA DELLA MASTICAZIONE E MATERIALI DENTALI

Funzione masticatoria: triade gnatologica. Embriogenesi, sviluppo e crescita della ATM nella sua finalizzazione alla funzione masticatoria e/o posturale.

Materiali impiegati come presidi terapeutici nei DCM

Dall'embriogenesi all'influenza della funzione nello sviluppo dell'ATM. Implicanze cefalometriche nelle diverse modalità e quantità di crescita dell'ATM. Materiali e metodi per la diagnosi ed intercettazione delle disfunzioni dell'ATM in ottica multidisciplinare.

Descrivere l'ATM nella sua embriogenesi-sviluppo e crescita da un punto di vista finalistico alla funzione. Implicanze sociali, diagnostiche, cliniche dei disturbi ATM. Materiali impiegati come presidi terapeutici.

FISIOPATOLOGIA MEDICA

Meccanismi molecolari di risposta allo "stress".

Meccanismi di homing delle cellule staminali in sede di lesione.

Meccanismi molecolari dell'infiammazione cronica in patologia umana.

FONDAMENTI STORICI ED ISTITUZIONALI DEL DIRITTO EUROPEO

Fondamenti romanistici

Formazione ed evoluzione del lessico giuridico nella elaborazione dei giuristi romani

L'originaria indistinzione dei sistemi direttivi e l'isolamento del ius

Mos, mores, boni mores: nel solco delle fonti extrastatali

Fondamenti medioevali e moderni

Il "diritto particolare" alle soglie dell'età moderna

Le fonti del diritto nel secolo XVIII

Le fonti del diritto tra i secoli XV e XVIII



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Fondamenti Internazionalistici

La ripartizione di competenze tra la Comunità e gli Stati membri nel Trattato originario

La giurisprudenza della Corte di Giustizia sull'applicazione dei Trattati istitutivi all'interno dei sistemi giuridici nazionali

Le procedure di adesione di nuovi Stati nei Trattati istitutivi, con particolare riferimento al caso della Turchia

FRANCESISTICA

Les grands écrivains du XVIIIe siècle.

«Le français est du latin parlé» (F. Brunot, Histoire de la langue française, t. I, p. 84). Esquissez les étapes principales à travers lesquelles le français s'est imposé comme langue nationale.

Illustrez formes et fortune du récit fantastique dans une période de l'histoire littéraire de votre choix.

Le romantisme dans tous ses états.

La littérature de voyage comme forme de l'utopie: argumentez ce sujet à l'aide de renvois à des auteurs et des œuvres de la littérature française qui vous paraissent significatifs.

Illustrez les issues littéraires du conflit entre nature et société dans une période de l'histoire littéraire de votre choix.

Les avant-gardes du XXe siècle

Illustrez les développements d'un genre littéraire de votre choix à une époque de la littérature française qui vous est familière

Illustrez caractéristiques et thématiques de l'écriture féminine dans une période de l'histoire littéraire de votre choix.

ISTITUZIONI, SOCIETÀ, RELIGIONI DAL TARDO-ANTICO ALLA FINE DEL MEDIOEVO

Curriculum tardo antico

Il candidato illustri i principali oggetti e problemi della riflessione storiografica sul tardoantico a partire dagli studi fondamentali di S. Mazzarino e A. Momigliano fino al dibattito attuale, con specifico riferimento al tema delle periodizzazioni.

Il candidato illustri in che termini si profila, soprattutto nel IV secolo, il conflitto tra paganesimo e cristianesimo, con specifico riferimento alla



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

polemica interna all'aristocrazia romana e alla attività legislativa in materia religiosa.

Il candidato tracci un quadro il più possibile esaustivo della politica tetrarchica e di quella costantiniana in riferimento agli aspetti politico-istituzionali e a quelli economico sociali (con particolare attenzione al problema continuità/opposizione tra sistema tetrarchico e monarchia costantiniana).

Curriculum medioevale

Il candidato, scegliendo di impostare il suo tema sull'Europa latino-germanica o sull'Oriente greco-bizantino, esponga quelle che sono a suo parere le vicende principali della storia del monachesimo cristiano dalle origini al secolo XII.

Il Mediterraneo come luogo di incontri di civiltà: il candidato scelga se svolgere il tema individuando alcuni processi salienti, oppure riferendosi alle discussioni storiografiche.

I regni romano-germanici: etnie e istituzioni.

Curriculum religioso

Predicazione, missione, evangelizzazione: problematiche della diffusione del cristianesimo.

La dialettica tra ortodossia ed eresia nel processo di formazione dell'identità cristiana.

La Bibbia come "grande codice": l'uso delle Scritture nella storia del cristianesimo.

LESSICO E ONOMASTICA ITALIANI

I suffissi nella formazione dei nomi di luogo italiani

Gli studi di toponomastica in Italia

La stratigrafia nella toponomastica di una regione italiana

LINGUE, CULTURE, SOCIETÀ DEL MONDO SLAVO

Indicare, in un periodo a scelta, elementi di contestazione o di ribellione e valutarne l'incidenza sull'evoluzione ideologico-culturale e letteraria in un paese slavo.

I rapporti tra intellettuali e politica, significativi per un determinato periodo storico in un paese slavo.

Scegliere un libro recente sulla cultura (storia, società, letteratura o linguistica) di uno o più paesi slavi e farne una recensione critica.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

LINGUISTICA, LINGUISTICA APPLICATA, INGEGNERIA LINGUISTICA

Incorporazione nominale, affissi lessicali ed incorporazione sintattica: il candidato inquadri il concetto di incorporazione fornendo esempi da situazioni linguistiche di cui abbia conoscenza.

Ricerche terminologiche e neologiche a partire da corpora elettronici. Il candidato ne illustri i principali aspetti teorici ed applicativi, recando esempi da ricerche di sua conoscenza.

L'inaccusatività. Il candidato discuta le questioni teoriche di questa nozione illustrandole con esempi di lingua di cui abbia conoscenza

I corpora elettronici confrontabili e paralleli ed il problema della traduzione come operazione testuale. Il candidato ne illustri i principali aspetti teorici ed applicativi, recando esempi da ricerche di sua conoscenza

Teoria delle valenze, teorie dei casi. Discutete gli sviluppi recenti in ambito lessicologico e cognitivista di queste teorie linguistiche del secolo XX

Costruzione di ontologie ed annotazione di senso: il candidato rifletta sui rapporti tra semantica ed ingegneria linguistica, recando esempi da ricerche di sua conoscenza

MATEMATICA (Temi a fine documento)

ONCOLOGIA UMANA

Descrivere un progetto di ricerca clinica o sperimentale sintetizzando anche le basi teoriche.

Fattori di crescita e neoplasie: descrivere un modello clinico o sperimentale.

Marcatori cellulari utilizzabili per Target Therapy

PSICHIATRIA E DISTURBI INVALIDANTI: DIAGNOSI, TERAPIA ED ESITI

Indicatori di cronicizzazione nella schizofrenia

Indicatori di cronicizzazione nell'anoressia

La riabilitazione nella schizofrenia



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

PSICODINAMICA DELL'ORGANIZZAZIONE E DELLA FORMAZIONE

Il candidato delinea i principali contenuti di uno dei temi di maggiore interesse della psicodinamica della formazione e dell'organizzazione con particolare riferimento alla letteratura più recente.

Il candidato approfondisca una delle principali questioni teoriche che caratterizzano l'ambito disciplinare della psicodinamica della formazione e dell'organizzazione, esaminando questioni e criticità.

Il candidato delinea un progetto di ricerca-intervento di orientamento psicodinamico sui temi della formazione e dell'organizzazione descrivendone obiettivi, contenuti, metodologia e articolazione.

PSICOLOGIA CLINICA E DELLE RELAZIONI INTERPERSONALI

Il funzionamento mentale nei disturbi di personalità è affrontabile all'interno di una ricerca? Il candidato descriva in forma sintetica un ambito specifico in cui studiare l'argomento e la rilevanza dello studio che propone.

Il candidato presenti sinteticamente un progetto di ricerca da sviluppare nell'ambito del dottorato. Specifici gli obiettivi, i metodi, i risultati attesi e la rilevanza clinica del progetto.

Il dottorato in Psicologia Clinica e delle relazioni Interpersonali ha come obiettivo futuro lo studio del funzionamento psicologico, con particolare riguardo ad aree problematiche della personalità. Il candidato proponga una ricerca in questo ambito, chiarendo strumenti e scopi del suo studio.

SCIENZA DEL FARMACO

Curriculum chimico-farmaceutico - progettazione del farmaco

Il sistema adrenergico quale target per la progettazione di farmaci con particolare riferimento agli alfa-recettori

Il sistema adrenergico quale target per la progettazione di farmaci con particolare riferimento ai beta-recettori

Le 1,4-diidropiridine : illustrare le strategie di farmacomodulazione in vista del loro meccanismo d'azione

Curriculum tecnologico-farmaceutico

Nanoparticelle a matrice polimerica e lipidica per uso farmaceutico

Liposomi come DDS: preparazione e caratterizzazione

Strategie per ottimizzare la permeazione di farmaci nella somministrazione transdermica



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata

Curriculum farmacologico

Farmaci modulatori del trasporto ionico

Farmaci anticitochine

Nuovi meccanismi antibiotici

Curriculum botanico-farmaceutico

Sostanze naturali di origine vegetale biologicamente attive: gli alcaloidi

Sostanze naturali di origine vegetale biologicamente attive: i fenoli

Sostanze naturali di origine vegetale biologicamente attive: i terpeni

SCIENZA E TECNOLOGIA DEI MATERIALI

Descrivere le proprietà fisiche di una classe di materiali

Il candidato descriva una tecnica per la caratterizzazione della struttura dei solidi, specificandone l'applicazione ad una classe di materiali

Il candidato descriva una tecnica di caratterizzazione spettroscopica dei solidi, specificandone l'applicazione ad una classe di materiali

Trattare una tecnica di caratterizzazione fisica dei materiali, specificandone l'applicazione ad una classe di materiali.

Il candidato descriva una tecnica per la caratterizzazione della composizione chimica dei solidi, specificandone l'applicazione ad una classe di materiali.

Il candidato descriva una tecnica per la preparazione di una specifica classe di materiali.

Descrivere una misura sperimentale dal punto di vista dell'analisi dei dati.

Il candidato descriva le proprietà meccaniche dei solidi, specificandone le caratteristiche di una classe di materiali.

Il candidato descriva una tecnica per la caratterizzazione delle proprietà di superficie dei solidi, specificandone l'applicazione ad una classe di materiali.

SCIENZA POLITICA

Scienze internazionali

Conflitto e cooperazione nella teoria delle relazioni internazionali

Diritti umani e nuovo ordine internazionale

Il destino dello Stato nel nuovo sistema internazionale

Teoria e scienza politica

La cultura politica tra modernità e tradizione

Diffusione della democrazia e cultura politica



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Malessere democratico e partecipazione politica

Scienze dello Stato e dell'amministrazione

La regolazione sociale tra autorità amministrativa e concertazione negoziale
Il ruolo dei governi locali nelle democrazie contemporanee
Legalità e legittimità dell'azione amministrativa

Comunicazione politica e opinione pubblica

Orientamenti politico-elettorali e influenza dei media
I media e l'agenda politica
Il ruolo dei mass media nella personalizzazione della politica

SCIENZE AGRARIE, FORESTALI ED AGROALIMENTARI

Il candidato traendo spunto dalla documentazione fornita alla Commissione o riferendosi alla propria esperienza, esponga e commenti criticamente l'impostazione e i risultati di una ricerca.

Il candidato presa visione dei lavori forniti alla Commissione o traendo spunto dalla sua esperienza illustri lo scopo, la metodologia ed i risultati di una ricerca e li commenti criticamente.

Il candidato analizzi criticamente gli scopi, le metodologie e i risultati di uno studio suggerito dalla propria esperienza o derivante dalla documentazione fornita dalla Commissione

SCIENZE COGNITIVE

Il candidato individui un recente lavoro teorico o modellistico nell'ambito delle scienze cognitive e ne discuta sinteticamente rilevanza e prospettive

Il candidato individui una questione dibattuta nell'ambito delle scienze cognitive e illustri posizioni teoriche alternative al riguardo, introducendo eventualmente modelli o esperimenti a supporto

Il candidato illustri la metodologia della scienza cognitiva facendo riferimento a un recente lavoro teorico, sperimentale o modellistica

SCIENZE DELL'EDUCAZIONE E DELLA FORMAZIONE

Primo gruppo

La logica della ricerca empirica nelle scienze sociali e dell'educazione.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Nell'epoca della globalizzazione e della sovra- e transnazionalità, il discorso pedagogico e l'attività educativa si trovano ad affrontare la problematica del rapporto tra singolarità dell'individuo e sua appartenenza ad una dimensione collettiva. La candidata/il candidato presenti i punti salienti del dibattito pedagogico sui cambiamenti avvenuti nell'istituzione scolastica (sia in Italia sia in altri paesi europei) e analizzi criticamente le diverse prospettive teoriche che lo caratterizzano.

Contributi della psicologia dinamica alla pedagogia clinica.

La candidata\il candidato esamini criticamente il contributo che l'antropologia dell'educazione offre alla pedagogia.

Secondo gruppo

Il disegno del questionario nelle scienze sociali e dell'educazione.

La pedagogia interculturale mette in evidenza la dimensione dell'appartenenza collettiva di ciascuno attraverso il riferimento al concetto di cultura. La candidata/il candidato analizzi criticamente la rielaborazione di tale concetto proposta da alcune prospettive pedagogiche interculturale e metta in luce il contributo che l'antropologia culturale e dell'educazione può offrire alla pedagogia stessa.

Gli ambiti di competenza della pedagogia speciale nella scuola.

La candidata\il candidato esplori alcune fra le teoria di antropologia dell'educazione che più efficacemente contribuiscono alla comprensione di un contesto educativo (scolastico o extrascolastico multiculturale) e favoriscono interventi educativi mirati.

Terzo gruppo

La raccolta dei dati nelle scienze sociali e dell'educazione: il ruolo dell'intervista.

La candidata/il candidato elabori un progetto di ricerca qualitativa (o etnografica) da svolgersi in un contesto educativo (scolastico o extra-scolastico) caratterizzato in senso multiculturale.

Ruoli e contributi della pedagogia speciale con l'adolescente e il giovane adulto.

La candidata\il candidato discuta il diverso contributo che le seguenti teorie offrono per l'interpretazione dei processi educativi: teoria della discontinuità



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

educativa, della cultura della scuola, teoria ecologica culturale (o Teoria di Ogbu)

SCIENZE E TECNOLOGIE CELLULARI

Tramite uno screening a doppio-ibrido in lievito, sono state identificate tre proteine (X, Y, Z) che interagiscono con un recettore di membrana (il candidato ne scelga uno). Progetta una serie di esperimenti per dimostrare che l'interazione è funzionale e non casuale.

Data una proteina X a funzione ignota, pianifica un approccio sperimentale per provare o disprovare il suo coinvolgimento nel ciclo cellulare.

Comparando la sequenza del DNA ottenuto dal tumore di un paziente con il suo DNA genomico normale, è stata identificata una mutazione somatica nel gene Y. Disegna una serie di esperimenti per provare o disprovare che la mutazione sia coinvolta nel cancro.

SCIENZE GIURIDICHE: DIRITTO PENALE ITALIANO E COMPARATO

Le varianti individuali non concertate nel concorso di persone nel reato come previsto dalla legislazione italiana e, qualora il candidato ne sia informato, da un ordinamento penale straniero a sua scelta

Forme del dolo nell'ordinamento penale italiano e e, qualora il candidato ne sia informato, da un ordinamento penale straniero a sua scelta

La perdita di inderogabilità della pena nell'ordinamento penale italiano e, qualora il candidato ne sia informato, da un ordinamento penale straniero a sua scelta

SCIENZE GIURIDICHE – DIRITTO PUBBLICO

Indirizzo Generale

Il Presidente della Repubblica

I sistemi di instaurazione del giudizio costituzionale

Il potere regolamentare tra Stato e Regioni

Indirizzo Opere pubbliche

L'asta pubblica nelle procedure di scelta del contraente con la P.A.

La licitazione privata nelle procedure di scelta del contraente con la P.A.

La trattativa privata nelle procedure di scelta del contraente con la P.A.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

Indirizzo Autonomie funzionali

Camere di Commercio e riforma del Titolo V Cost.
Governance, autonomie funzionali e sussidiarietà
Autonomie funzionali e riforma del regionalismo

STORIA DELLE SOCIETÀ CONTEMPORANEE

La patria prima e dopo i processi di unificazione. Illustri il candidato un caso europeo in prospettiva comparata.

Stato e istituzioni nell'industrializzazione italiana

Dal conflitto alla cooperazione: le relazioni tra i paesi europei prima e dopo il secondo conflitto mondiale

L'esilio politico tra Ottocento e Novecento

I processi di unificazione in Italia e in Germania. Il candidato confronti attori, modalità ed esiti.

Industrializzazione e deindustrializzazione: il caso di un distretto

La memoria della guerra: effetti politici, sociali e culturali della prima guerra mondiale

Le fonti audiovisive nella ricerca storica

Centro e periferia nell'Ottocento italiano

Le politiche economiche in risposta alla crisi del 1929. Illustri il candidato due casi nazionali

La Francia tra le due guerre

Flussi migratori e diritti di cittadinanza nella seconda metà del Novecento

STUDI INDOLOGICI E TIBETOLOGICI

Il candidato illustri il suo progetto di ricerca, evidenziando il contributo specifico che esso può dare a una conoscenza più profonda e completa della cultura dell'India o del Tibet.

Il candidato illustri il dibattito scientifico in corso nel suo campo di studi, con particolare riferimento alla ricerca che intende svolgere.

Delineate nelle sue fasi progressive un piano di ricerca individuale nel campo dell'Indologia o della Tibetologia che sia in grado di offrire risultati interessanti e innovativi.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

*Divisione Ricerca e Relazioni Internazionali
Servizio Ricerca e Formazione Avanzata*

TECNICHE AVANZATE DI LOCALIZZAZIONE DEI TUMORI UMANI

Linfonodo sentinella: basi biologiche e significato clinico

Espressione di recettori della famiglia EGFR in tumori umani: basi biologiche e significato clinico

Antigeni tumore-specifici: basi biologiche e significato clinico

Prova di ammissione
(23 settembre 2005 - ore 9.30)

Compito A

Rispondete alla domanda 1 ed a *una* delle seguenti tre domande (a vostra scelta).

Please, answer question 1 and *one* of the following three questions (your choice).

Domanda 1

Testo Italiano

1. Si consideri una funzione reale di variabile reale $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e si definiscano i concetti di continuità, derivabilità, differenziabilità. Si illustrino poi i legami tra tali nozioni, possibilmente fornendo una dimostrazione dei risultati principali.
2. Si consideri una funzione reale di più variabili reali $f : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e si definiscano i concetti di continuità, derivabilità, differenziabilità. Si illustrino poi i legami tra tali nozioni (possibilmente dimostrando i risultati principali), evidenziando le analogie e le differenze rispetto al caso di funzione reale di variabile reale.
3. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } xy \neq 0 \\ 0 & \text{se } xy = 0 \end{cases}$$

e, con riferimento all'origine, si studino continuità, derivabilità, differenziabilità, alla luce anche dei risultati enunciati in precedenza.

English Text

1. Consider a function of a real variable $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and define the concepts of continuity, derivability, differentiability. Illustrate the links between these notions, possibly giving a proof of the main results.
2. Consider a function of n real variables $f : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ and define the concepts of continuity, derivability, differentiability. Illustrate the links between these notions (possibly proving the main results), showing analogies and differences with respect to the case of functions of a real variable.
3. Consider the function $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ given by:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } xy \neq 0 \\ 0 & \text{if } xy = 0 \end{cases}$$

and, with reference to the origin, study continuity, derivability, differentiability, also on the basis of the results described above.

Domanda 2

Testo Italiano

1. Si discuta la differenza tra funzioni di utilità ordinali e cardinali, spiegando in quali problematiche bastino le prime e in quali siano necessarie le seconde.
2. Si presentino quante più proprietà possibili delle funzioni di utilità, dandone l'interpretazione economica oltre che la rappresentazione formale.
3. Date le seguenti funzioni di utilità *ordinali*, si evidenzino quali rappresentino gli stessi ordinamenti di preferenza.
 - (a) $u_1(x, y, z) = 2x + 6y - z$
 - (b) $u_2(x, y, z) = 2 \log x + 6 \log y - \log z$

$$(c) u_3(x, y, z) = (5 + x) + (3y - z)$$

$$(d) u_4(x, y, z) = \frac{xy^3}{\sqrt{z}}$$

$$(e) u_5(x, y, z) = x^2y^6 - z$$

Supponendo però che tali utilità fossero *cardinali*, quali rappresenterebbero gli stessi ordinamenti di preferenza?

English Text

1. Discuss the difference between ordinal and cardinal utility functions, explaining when the former are enough, and when the latter are necessary instead.
2. Present as many properties of utility functions as you can, discussing their economic interpretation as well as their formal representation.
3. Given the following *ordinal* utility functions, indicate which represent the same preference orderings.

- $u_1(x, y, z) = 2x + 6y - z$
- $u_2(x, y, z) = 2 \log x + 6 \log y - \log z$
- $u_3(x, y, z) = (5 + x) + (3y - z)$
- $u_4(x, y, z) = \frac{xy^3}{\sqrt{z}}$
- $u_5(x, y, z) = x^2y^6 - z$

Assuming instead that these were *cardinal* utility functions, which would represent the same ordering?

Domanda 3

Testo Italiano

- (a) La speranza matematica di una variabile aleatoria reale e disuguaglianze notevoli che la coinvolgono. Si fornisca un esempio di applicazione significativa di un tale disuguaglianza in ambito statistico.

- (b) Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti con distribuzione esponenziale di parametro 1. Si pongano $U = \min\{X, Y\}$ e $V = \max\{X, Y\}$.
- (i) Si ricavi la distribuzione di U e di V .
 - (ii) Si dimostri che V ha la stessa distribuzione di $Z = X + \frac{1}{2}Y$
 - (iii) Si calcolino $E(V)$ e $\text{Var}(V)$.
- (c) Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con legge gaussiana di media nulla e varianza unitaria.
- (i) Si dimostri che $X + Y$ e $Y - X$ sono indipendenti.
 - (ii) Si ricavi la distribuzione di $\frac{(Y-X)^2}{2}$.

English Text

- (a) The expectation of a real random variable and inequalities which involve it. Provide an example of statistical relevance where such an inequality appears.
- (b) Let X and Y be independent random variables with exponential distribution of parameter 1. Set $U = \min\{X, Y\}$ and $V = \max\{X, Y\}$
- (i) Determine the distribution of U and V .
 - (ii) Show that V has the same distribution of $Z = X + \frac{1}{2}Y$.
 - (iii) Compute $E(V)$ and $\text{Var}(V)$.
- (c) Let X and Y be independent standard Gaussian random variables.
- (i) Show that $X + Y$ and $Y - X$ are independent.
 - (ii) Determine the distribution of $\frac{(Y-X)^2}{2}$.

Domanda 4

Testo Italiano

1. Si illustri e si discuta la nozione di duration.

2. Si consideri un portafoglio costituito da 2 titoli aventi vita residua di 2 anni ciascuno e cedola annua rispettivamente del 5% e del 6%. Ipotizzando che all'epoca 1 tale portafoglio abbia valore pari a 100, si determini la sua duration.

English Text

1. Present and discuss the concept of duration.
2. Given a portfolio of two coupon bonds with time to maturity of 2 years and annual coupon respectively 5% and 6%. Assuming that at time 1 the portfolio value is 100, find its duration.

Prova di ammissione
(23 settembre 2005 - ore 9.30)

Compito B

Rispondete alla domanda 1 ed a *una* delle seguenti tre domande (a vostra scelta).

Please, answer question 1 and *one* of the following three questions (your choice).

Domanda 1

Testo Italiano

1. Si definiscano i concetti di massimo e minimo per una funzione reale di variabile reale $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Si illustrino poi i principali risultati relativi alla ricerca di massimi e minimi, possibilmente fornendo le relative dimostrazioni.
2. Si definiscano i concetti di massimo e minimo per una funzione reale di più variabili reali $f : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Si illustrino poi le condizioni necessarie e le condizioni sufficienti soddisfatte dagli estremi liberi di tale funzione, possibilmente dimostrando i relativi risultati.
3. Si consideri la funzione $f : X \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + xyz$$

e se ne determinino gli eventuali estremi liberi, utilizzando i risultati enunciati in precedenza.

English Text

1. Define the concepts of maximum and minimum for a function of a real variable $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Illustrate the main results concerning the search for maxima and minima, possibly supplying their proofs.
2. Define the concepts of maximum and minimum for a function of n real variables $f : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Illustrate the necessary and the sufficient conditions satisfied by unconstrained extrema of this kind of function, possibly supplying their proofs.
3. Consider the function $f : X \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ defined as:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + xyz$$

and determine the possible unconstrained extrema, using the results described above.

Domanda 2

Testo Italiano

1. Si formuli il criterio decisionale della massimizzazione dell'utilità attesa, discutendone quanto più possibile i fondamenti assiomatici.
2. Si supponga che un decisore scelga in base al seguente criterio "media-varianza": scegliere la p che massimizza $U(\cdot)$, dove U è data, per $\lambda > 0$, da:

$$U(p) = E(p) - \lambda(Var(p))$$

Si dimostri che in generale (cioè per p e λ qualunque) questo criterio è incompatibile con la massimizzazione del valore atteso di qualche funzione di utilità u .

3. Si fornisca, dato il criterio di cui al punto precedente, un esempio di due lotterie p e p' , con gli stessi premi (monetari) x e $x' > x$ e tali che p' assegna a x' probabilità maggiore di p , per le quali si abbia $U(p) > U(p')$.

English Text

1. Formulate the decision criterion of expected utility maximization, and discuss as deeply as possible its axiomatic underpinnings.
2. Suppose that a decision maker chooses according to the following “mean-variance” decision criterion: Choose the p which maximizes $U(\cdot)$, where U is given, for $\lambda > 0$, by:

$$U(p) = E(p) - \lambda(\text{Var}(p))$$

Prove that in general (i.e., for arbitrary p and λ), this criterion is incompatible with the maximization of expected utility, for any utility function u .

3. Given the decision rule of the previous item, provide an example of two lotteries p and p' , with identical (monetary) prizes x and $x' > x$, such that p' assigns to x' probability bigger than p , and still $U(p) > U(p')$.

Domanda 3

Testo Italiano

- (a) Il concetto di speranza matematica condizionale: definizione e proprietà fondamentali. Si fornisca un esempio di applicazione significativa in ambito statistico.
- (b) Sia $(X_n)_{n \geq 1}$ una successione di variabili aleatorie indipendenti uniformemente distribuite in $(0, 1)$.
 - (i) Si determini la distribuzione di $Y_n = \min\{X_1, \dots, X_n\}$.
 - (ii) Al divergere di n , si studi la convergenza in distribuzione di $Z_n = nY_n$.
- (c) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale da una popolazione esponenziale di parametro incognito $\theta \in (0, \infty)$.
 - (i) Si determini uno stimatore non distorto per $1/\theta$ e si verifichi la sua consistenza in L_1 .

- (ii) Lo stimatore ricavato al punto (i) è efficiente? Rappresenta lo stimatore non distorto a varianza uniformemente minima?

English Text

- (a) The concept of conditional expectation: definition and main properties. Provide an example of its application in statistics.
- (b) Let $(X_n)_{n \geq 1}$ be a sequence of independent uniform random variables on $(0, 1)$.
- (i) Determine the distribution of $Y_n = \min\{X_1, \dots, X_n\}$.
- (ii) As n diverges, study the convergence in distribution of $Z_n = nY_n$.
- (c) Let X_1, \dots, X_n be an i.i.d. sample from an exponential population with unknown parameter $\theta \in (0, \infty)$.
- (i) Determine an unbiased estimator for $1/\theta$ and verify whether it is consistent in L_1 .
- (ii) Is the estimator obtained in (i) efficient? Does it represent the uniformly minimum variance unbiased estimator?

Domanda 4

Testo Italiano

1. Si illustri e si discuta il modello di Black-Scholes per la valutazione dei prezzi delle opzioni.
2. Sia data una struttura dei tassi piatta al 4% annuo composto continuamente. Ipotizzando che il tasso fisso in un contratto FRA stipulato oggi, con scadenza a un anno e liquidazione a 3 anni, sia pari al 5%, si determini una strategia di arbitraggio.

English Text

1. Present and discuss the Black-Scholes model for option pricing.

2. The term structure is flat at the annual rate of 4%, continuously compounded. Assuming that the fix rate in a FRA contract, with inception today, reset date in 1 year and settlement date in 3 years, is 5%, find an arbitrage strategy.

Prova di ammissione
(23 settembre 2005 - ore 9.30)

Compito C

Rispondete alla domanda 1 ed a *una* delle seguenti tre domande (a vostra scelta).

Please, answer question 1 and *one* of the following three questions (your choice).

Domanda 1

Testo Italiano

1. Si definisca il concetto di integrale indefinito (nel senso di Riemann) di una funzione reale di variabile reale $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e se ne illustrino le principali proprietà.
2. Si definisca il concetto di integrale definito (nel senso di Riemann) di una funzione reale di variabile reale $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e se ne illustrino le principali proprietà. Si illustrino inoltre i legami tra integrale definito e integrale indefinito, possibilmente dimostrando i risultati menzionati.
3. Si consideri un'impresa che produce un bene in quantità q , sostenendo un costo totale espresso dalla funzione $C(q)$, e si indichi con $c(q)$ il costo marginale di produzione. Si esprima formalmente, facendo ricorso ai concetti prima illustrati, la variazione di costo che l'impresa deve fronteggiare per passare da un livello $q = a$ ad un livello $q = b$ (con $a < b$) di produzione.

English Text

1. Define the concept of indefinite integral (in the sense of Riemann) of a function of a real variable $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and show its main properties.

2. Define the concept of definite integral (in the sense of Riemann) of a function of a real variable $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and show its main properties. Show also the links between definite integral and indefinite integral, possibly proving the results you mention.
3. Consider a firm which produces a good in quantity q , paying a cost given by the function $C(q)$. Denote by $c(q)$ the marginal cost of production. Using the concepts illustrated above, represent formally the change in the cost born by the firm when it moves from a level $q = a$ to a level $q = b$ (with $a < b$) of production.

Domanda 2

Testo Italiano

1. Si descriva, in quanto più dettaglio possibile, il problema del consumatore e la costruzione della curva di domanda individuale.
2. Si discutano i seguenti concetti: bene normale ed inferiore, bene di Giffen, sostituibilità e complementarità tra beni, curva di Engel, preferenze omotetiche, preferenze quasi-lineari.
3. Si derivino le curve di domanda di consumatori (dotati di reddito Y , con prezzi di mercato dei beni dati da p_x e p_y) la cui funzione di utilità è data dalle seguenti:
 - $u(x, y) = x^{0.6}y^{0.4}$,
 - $u(x, y) = 3 \min\{x, 2y\}$.

English Text

1. Describe, in as much detail as possible, the consumer's problem and the construction of an individual demand function.
2. Discuss the following concepts: normal and inferior good, Giffen good, substitutability and complementarity between goods, Engel curve, homothetic preferences, quasi-linear preferences.

3. Derive the demand curves of the consumers (whose income is Y , and who face market prices for goods given by p_x and p_y) whose utility functions are given by the following :
- $u(x, y) = x^{0.6}y^{0.4}$,
 - $u(x, y) = 3 \min\{x, 2y\}$.

Domanda 3

Testo Italiano

- (a) Si esponga alcune versioni della legge dei grandi numeri. Si fornisca un esempio di applicazione significativa in ambito statistico.
- (b) Sia Y una variabile aleatoria binomiale di parametri (n, X) , ove X è una variabile aleatoria con distribuzione beta di parametri a e b . Si ricorda che una variabile aleatoria beta ammette densità rispetto alla misura di Lebesgue data da

$$f(x) = \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a, b)},$$

ove $B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx$.

- (i) Si ricavi la distribuzione di Y . Nel caso $a = b = 1$ di quale distribuzione si tratta?
- (ii) Si determini $E(Y)$ e $\text{Var}(Y)$.
- (c) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale da una popolazione uniforme su $(0, \theta)$ con parametro incognito $\theta \in (0, 1)$.
- (i) Si determini uno stimatore non distorto per θ funzione di una statistica sufficiente.
- (ii) Lo stimatore ricavato al punto (i) rappresenta uno stimatore non distorto a varianza uniformemente minima? Ha senso chiedersi se sia anche efficiente?

English Text

- (a) Provide some versions of laws of large numbers and an example of their application in statistics.
- (b) Let Y be a binomial random variable with parameter (n, X) , where X is a beta random variable with parameters a and b . Recall that a beta random variable has density function with respect to the Lebesgue measure given by

$$f(x) = \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a,b)},$$

where $B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$.

- (i) Determine the distribution of Y . Which distribution is it in the case $a = b = 1$?
- (ii) Compute $E(Y)$ and $\text{Var}(Y)$.
- (c) Let X_1, \dots, X_n be an i.i.d. sample from a uniform population on $(0, \theta)$ with unknown parameter $\theta \in (0, 1)$.
- (i) Determine an unbiased estimator for θ which is function of a sufficient statistic.
- (ii) Is the estimator obtained in (i) a uniformly minimum variance unbiased estimator? Does it makes sense to ask whether it is also efficient?

Domanda 4

Testo Italiano

1. Si illustri e si discuta il modello di Markovitz per la selezione del portafoglio.
2. Si considerino due titoli con rendimento atteso e volatilità annui:

$$\mu_1 = 7\%, \mu_2 = 10\%, \sigma_1 = 12\%, \sigma_2 = 15\%$$

La correlazione tra i due titoli è pari a -1 . Determinare il portafoglio di varianza minima e la frontiera efficiente nell'ipotesi in cui siano ammesse vendite allo scoperto.

English Text

1. Present and discuss the Markovitz model of portfolio selection.
2. Consider two assets with expected return and volatility:

$$\mu_1 = 7\%, \mu_2 = 10\%, \sigma_1 = 12\%, \sigma_2 = 15\%$$

The correlation between the two assets is -1 . Find the minimum-variance portfolio and the efficient frontier, assuming that short sales are allowed.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 28 Settembre 2005

Busta n. 1

Il candidato discuta il tema e risolva il massimo numero dei problemi indicati :

Tema

Leggi di conservazione e simmetrie in meccanica classica e meccanica quantistica

Problema n. 1

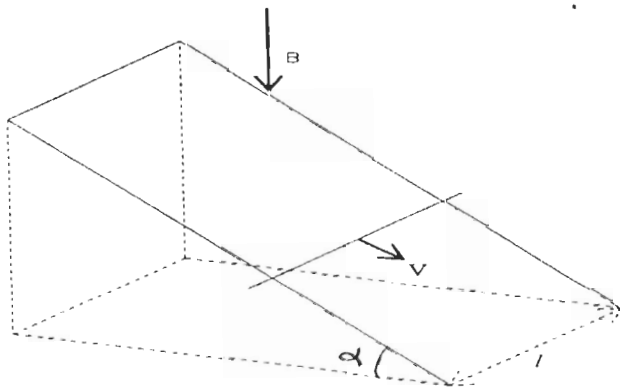
Un blocco di massa $m=2\text{Kg}$ viene lanciato all'insù con velocità $v_0=2\text{ m s}^{-1}$ lungo un piano inclinato scabro che forma un angolo $\alpha=30^\circ$ con l'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è 0,2

- Quanto spazio percorre il blocco all'insù prima di invertire la direzione del moto?
- Si trovi la velocità del blocco nell'istante in cui ritorna alla posizione iniziale

Problema n. 2

In un campo magnetico uniforme \mathbf{B} , diretto verso il basso lungo la verticale, una barra metallica di massa m inizialmente in quiete viene lasciata scivolare senza attrito lungo i conduttori inclinati di un angolo α (vedi figura). La resistenza elettrica della barra tra i punti di contatto vale R mentre i due conduttori di supporto hanno resistenza trascurabile. Tra i due conduttori vi è una distanza l .

- Se \mathbf{v} è la velocità con cui scivola la barra trovare l'espressione che esprime la corrente che circola nella stessa.
- In che verso circola questa corrente?
- Trovare l'espressione della velocità limite con cui scivola la barra;
calcolare la velocità limite quando $m = 40$ grammi, $R = 30\ \Omega$, $B = 1\ \text{T}$, $\alpha = 30^\circ$
 $l = 20\ \text{cm}$

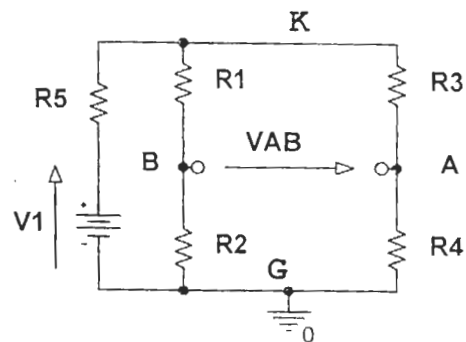


Stimacchi Raineri
F. Galati
L. Galati

Problema n. 3

Quattro estensimetri uguali: R_1, R_2, R_3, R_4 , sono incollati su una sbarra in modo tale che, deformando la sbarra, subiscano un aumento le resistenze R_1, R_4 , di $\Delta R = 1,2\Omega$, mentre le resistenze R_2, R_3 decrescano di $\Delta R = 1,2\Omega$.
Calcolare la tensione V_{AB} dopo la deformazione. Gli estensimetri sono collegati a ponte di Wheatstone come in figura 1.

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 120\Omega$$
$$V_1 = 10V$$



Problema n. 4

Calcolare il prodotto degli scarti quadratici medi degli operatori posizione e momento lineare nella base degli stati coerenti. Confrontare il risultato ottenuto con l'analogo calcolo nello stato n -esimo dell'oscillatore armonico quantistico unidimensionale, $|n\rangle$,

$$(\Delta \hat{x})_{|n\rangle} (\Delta \hat{p})_{|n\rangle} = (n + \frac{1}{2}) \hbar$$

e spiegare a cosa è dovuta la differenza dei due risultati.

Stenale Zucchi
F. Ballo
H

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 28 Settembre 2005

Busta n. 2

Il candidato discuta il tema e risolva il massimo numero dei problemi indicati :

Tema

Il candidato discuta il significato e le conseguenze delle leggi di conservazione delle equazioni del moto in meccanica classica e meccanica quantistica

Problema n. 1

Un blocco di massa $m = 0,6 \text{ Kg}$ viene lanciato all'insù con velocità $v_0 = 2 \text{ m s}^{-1}$ lungo un piano inclinato scabro che forma un angolo $\alpha = 30^\circ$ con l'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è 0,2. La base del piano è lunga $L = 60 \text{ cm}$

Trovare

- La velocità iniziale necessaria affinché il blocco raggiunga la sommità del piano con velocità nulla .
- il tempo impiegato a risalire il piano in tale situazione

Problema n. 2

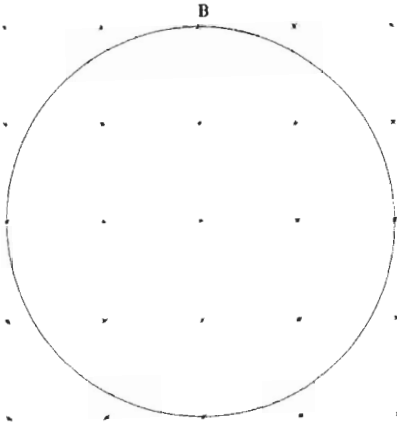
Una spira circolare di area $A = 15 \text{ cm}^2$ e resistenza $R = 50 \Omega$ è posta in un campo magnetico $\mathbf{B} = 10^{-2} \text{ T}$ spazialmente uniforme diretto nel verso entrante il foglio e perpendicolare al piano della spira (come mostrato in figura). Il campo magnetico viene gradualmente ridotto dal valore iniziale B_0 in modo tale che il modulo vari con il tempo come $B(t) = B_0 \exp^{-\alpha t}$ (con $\alpha = 100 \text{ s}^{-1}$)

- Calcolare l'espressione della corrente indotta, specificando in che verso circola.
- Le forze che agiscono su questa corrente tendono a far espandere o a contrarre la spira?
- Determinare la quantità totale di carica e la quantità di energia dissipata nella spira nel periodo nel quale il campo magnetico si riduce da B_0 a zero

Ugo Rucce

F. B. G.

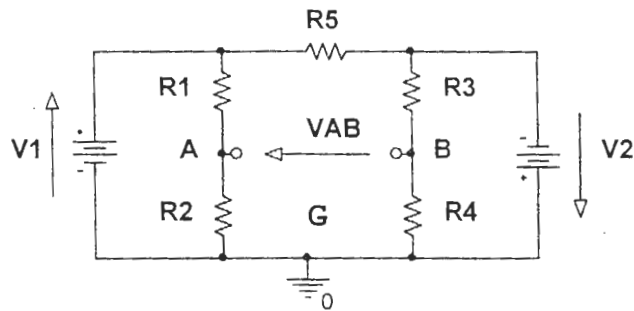
Alm



Problema n. 3

Dato il circuito di figura, calcolare la tensione V_{AB} .

- $R1 = 3 \text{ k}\Omega$
- $R2 = 2 \text{ k}\Omega$
- $R3 = 3 \text{ k}\Omega$
- $R4 = 2 \text{ k}\Omega$
- $R5 = 2,5 \text{ k}\Omega$
- $V1 = V2 = 5 \text{ V}$



Problema n. 4

L'operatore di distruzione

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} (\hat{x} + i \hat{p}/(m\omega))$$

dove \hat{x} e \hat{p} sono rispettivamente gli operatori posizione e momento lineare, m la massa e ω la pulsazione, soddisfa la seguente equazione agli autovalori

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$$

Verificare che α è un numero complesso e che

$$(\Delta \hat{x})_{|\alpha\rangle} (\Delta \hat{p})_{|\alpha\rangle} = \hbar/2$$

nella base $\{|\alpha\rangle\}$ per qualsiasi stato coerente $|\alpha\rangle$

Commentare il risultato ottenuto

Handwritten signature and notes: *Floris Skarabec, Renner*

AU A

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 28 Settembre 2005

Busta n. 3

Il candidato discuta il tema e risolva il massimo numero dei problemi indicati :

Tema

Le leggi di conservazione nelle equazioni del moto in fisica implicano e sono implicate da principi di simmetria. Il candidato discuta i casi della meccanica classica e della meccanica quantistica

Problema n. 1

Una pompa di potenza $P=161$ W solleva acqua da un pozzo ad una cisterna posta in cima ad un edificio attraverso un tubo a sezione circolare. La pressione all'interno della cisterna è 1 atm, il dislivello tra pozzo e cisterna è di 10 m, la portata è $Q=50$ litri/minuto

a) Calcolare il diametro del tubo

b) Se la pompa è a un dislivello di 9 m rispetto alla cisterna con che pressione esce l'acqua?

(1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

Problema n. 2

3) una bacchetta metallica di lunghezza l e resistenza elettrica R , inizialmente in quiete, scivola verso il basso senza attrito lungo due guide parallele di resistenza trascurabile (vedi figura). Le estremità inferiori delle guide sono collegate come in figura in modo da formare una spira conduttrice avente la bacchetta come lato superiore. Il piano in cui giacciono le rotaie forma un angolo α col piano orizzontale, nella regione esiste un campo magnetico uniforme \mathbf{B} diretto verticalmente verso l'alto.

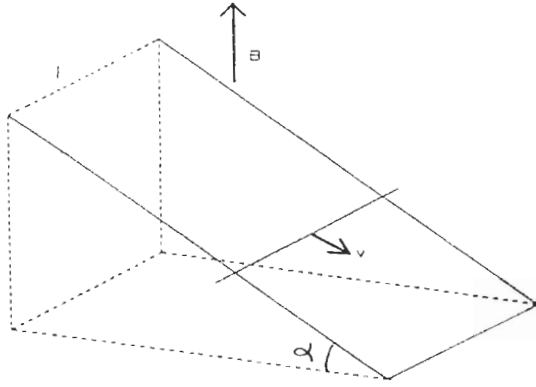
a) Se \mathbf{v} è la velocità con cui scivola la barra trovare l'espressione che esprime la corrente che circola nella stessa.

b) In che verso circola questa corrente?

c) Trovare l'espressione della velocità limite con cui scivola la barra;

calcolare la velocità limite quando $m = 40$ grammi, $R = 30 \Omega$, $B = 2,6$ T, $\alpha = 30^\circ$
 $l = 20$ cm

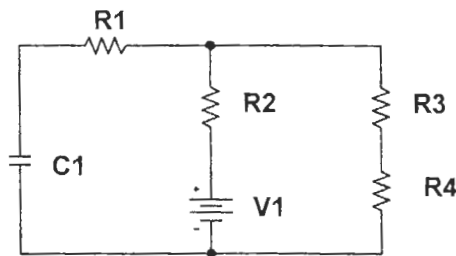
AU
Alessandro Barbero
1.9.05



Problema n. 3

Dato il circuito presentato in figura, calcolare la tensione ai capi della resistenza R4, sapendo che il circuito è a regime ed il generatore V1 è un generatore di tensione continua.

- R1 = 8 kΩ
- R2 = 3 kΩ
- R3 = 4 kΩ
- R5 = 5 kΩ
- C1 = 0,2 μF
- V1 = 12 V



Problema n. 4

Nella base degli stati coerenti $\{|\alpha\rangle\}$, autostati dell'equazione agli autovalori $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$, si ottiene

$$(\Delta \hat{x})_{|\alpha\rangle} (\Delta \hat{p})_{|\alpha\rangle} = \hbar/2 \quad (1)$$

per qualsiasi stato coerente $|\alpha\rangle$. Con \hat{x} e \hat{p} sono stati indicati rispettivamente gli operatori posizione e momento lineare. Essendo

$$|\alpha\rangle = \sum_0^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-|\alpha|^2/2} |n\rangle$$

con $|n\rangle$ uno stato generico della base dell'operatore numero $\{|n\rangle\}$, verificare la (1) e spiegare la differenza tra il risultato descritto dalla (1) e l'analogo calcolo relativo alla stato n-esimo dell'oscillatore quantistico unidimensionale.

Stefano Ravera
P.B. 10/4

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 5 Ottobre 2005

Busta n. 1

Il/la candidato /a risponda a due dei quesiti sotto indicati

1.

Studiare lo scattering elettromagnetico tra due particelle scalari cariche: introdurre la lagrangiana e le regole di Feynman del problema.

2.

Leggi di conservazione in meccanica quantistica, in meccanica relativistica e in relatività generale. La carica elettrica è conservata in relatività generale ?

3.

Il /la candidato/a esponga brevemente il ruolo della identità di Ward in teoria dei campi.

Alberto L. ...

F. Balestrieri

Orlando ...

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 5 Ottobre 2005

Busta n. 2

Il/la candidato /a risponda a due dei quesiti sotto indicati

1.

Il tensore energia-impulso in relatività generale. Sua definizione e proprietà.

2.

Il /la candidato/a esponga brevemente i principi essenziali del passaggio dalla meccanica quantistica alla teoria dei campi.

3.

Verificare almeno nel caso di elettroni non massivi che l' ampiezza del processo $e^{(+)} e^{(-)} \rightarrow 2 \gamma$ è zero quando la polarizzazione di uno dei due fotoni è sostituita dal suo impulso. Il gauge sia quello di Lorentz. Perché è atteso questo risultato?.

Alberto Geronzi

F. Baccaro

Oronzo

Al 8

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO

Dottorato di ricerca in Fisica Fondamentale Applicata ed Astrofisica

Torino 5 Ottobre 2005

Busta n. 3

Il/la candidato /a risponda a due dei quesiti sotto indicati

1.

Introdurre e ricavare i fattori combinatori per i diagrammi di Feynman in una teoria di campi scalari con interazione polinomiale ϕ^3 .

2.

Qual'è il valore dell' ampiezza del processo $e^{(+)} e^{(-)} \rightarrow 2 \gamma$ quando si sostituisca la polarizzazione di uno dei due fotoni col suo impulso? Verificare esplicitamente o spiegare come si deduce il risultato.

3.

Il /la candidato/a esponga brevemente il ruolo del principio di equivalenza in relatività generale.

Alu
F. Balista
S. Rouee

Dottorato di Torino - XXI ciclo: Tema 1

Il candidato svolga almeno due esercizi, scegliendoli preferibilmente in settori diversi, e svolga una sola dissertazione tra quelle proposte.

Esercizi

Esercizio 1: Sia \mathbb{Q}/\mathbb{Z} il gruppo quoziente del gruppo additivo dei numeri razionali modulo il sottogruppo dei numeri interi, sia p un numero primo fissato e sia:

$$Z(p^\infty) = \left\{ \overline{a/b} \in \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b = p^i \text{ per qualche } i \in \mathbb{Z} \right\}$$

$Z(p^\infty)$ è un gruppo abeliano infinito. Dimostrare che:

- i) Ogni elemento di $Z(p^\infty)$ ha ordine finito, uguale a p^n , per qualche $n \geq 0$.
- ii) Se H è un sottogruppo di $Z(p^\infty)$, e H possiede un elemento di ordine p^k , e nessun elemento di ordine maggiore, allora H è il sottogruppo ciclico generato dall'elemento $\overline{1/p^k}$.
- iii) Se in H vi sono elementi di ordine arbitrariamente alto, allora $H = Z(p^\infty)$.

Esercizio 2: sia $f \in C^0([0, 1])$, spazio vettoriale delle funzioni continue nell'intervallo $[0, 1]$. Si definisca come standard:

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$$

$$\|f\|_\infty = \sup_{x \in [0, 1]} |f(x)|$$

i) Dimostrare che:

$$\|f\|_1 \leq \|f\|_\infty$$

ii) Trovare una successione di funzioni $f_n \in C^0([0, 1])$, $n = 1, 2, \dots$, tale che per $n \rightarrow +\infty$:

$$n\|f_n\|_1 \rightarrow 0, \quad \|f_n\|_\infty \rightarrow +\infty$$

Esercizio 3: si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} e^{-1/x^2} & \text{per } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- i) Dimostrare che $f(x)$ è infinitamente derivabile in tutto \mathbb{R} .
- ii) Determinare il dominio di analiticità di $f(x)$.

Esercizio 4: Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-1}^1 \frac{x^{11} - 3x^{10} + x - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

usando la formula di quadratura che si ritiene più opportuna e giustificare la scelta fatta. Analizzare poi l'errore di discretizzazione commesso.

[Handwritten signatures]



Esercizio 5: Siano assegnati i valori

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} f(1) = 1 \\ f'(1) = 1 \end{cases} \text{ e } f(2) = 1$$

Costruire la tabella delle differenze divise ed il corrispondente polinomio di Newton.

Esercizio 6: Nel piano \mathbb{R}^2 sia C_n la circonferenza di centro $(1/n, 0)$ e raggio $1/n$ e sia

$$X = \bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$$

X è uno spazio topologico con la topologia indotta dalla topologia usuale su \mathbb{R}^2 . Per ogni $n \geq 1$, denotiamo con r_n la retrazione di X su C_n , e cioè $r_n : X \rightarrow C_n$ è definita da

$$r_n(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in C_n \\ (0, 0) & \text{se } x \notin C_n \end{cases}$$

e sia $r_{n*} : \pi_1(X) \rightarrow \pi_1(C_n) \cong \mathbb{Z}$ l'omomorfismo indotto fra i gruppi fondamentali. (In entrambi i casi, usiamo come punto base l'origine).

- i) Dimostrare che r_{n*} è suriettivo per ogni $n \geq 1$.
- ii) Sia $\alpha : [0, 1] \rightarrow X$ la funzione così definita: per $t \in [(n-1)/n, n/(n+1)]$ è il cammino che si avvolge una volta in senso antiorario sulla circonferenza C_n , e inoltre $\alpha(1) = (0, 0)$, l'origine. Dimostrare che α è una funzione continua e che $r_{n*}(\alpha) = 1$ per ogni n .
- iii) Sia $(k_1, k_2, \dots) \in \prod_{n=1}^{\infty} \mathbb{Z} = \prod_{n=1}^{\infty} \pi_1(C_n)$ una successione arbitraria di numeri interi. Dimostrare che esiste un elemento $\alpha \in \pi_1(X)$ tale che

$$r_{n*}(\alpha) = k_n, \quad \text{per ogni } n \geq 1.$$

iv) Da quanto precede, dedurre che $\pi_1(X)$ è di cardinalità più che numerabile.

Esercizio 7: determinare i punti ellittici, iperbolici e parabolici della superficie differenziabile $S \subset \mathbb{R}^3$ parametrizzata dalla funzione $f(u, v) = (u, v, u^2 + v^3)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$.

Esercizio 8: Dimostrare che la teoria dei gruppi privi di torsione non è finitamente assiomaticizzabile.

Esercizio 9: Sia κ un cardinale regolare.

- (i) Dimostrare che se $f : \kappa \rightarrow \kappa$ allora f è costante su un insieme di cardinalità κ oppure f è iniettiva su un insieme di cardinalità κ .
- (ii) Siano $< e <$ due buoni ordini su un medesimo insieme X di cardinalità κ . Dimostrare che c'è un $Y \subseteq X$ di cardinalità κ tale che

$$\forall y, y' \in Y (y < y' \Leftrightarrow y < y').$$

Esercizio 10: Sia N una variabile aleatoria di Poisson di parametro $\lambda > 0$ e siano W_1, W_2, \dots variabili aleatorie di Bernoulli di parametro p , $p \in (0, 1)$ indipendenti e identicamente distribuite e indipendenti da N .

- i) Determinare il momento secondo della variabile aleatoria

$$W = \sum_{i=1}^N W_i.$$

- ii) Date le variabili aleatorie Y_1, Y_2, \dots indipendenti, identicamente distribuite secondo la distribuzione esponenziale con media θ , $\theta > 0$, si consideri la variabile aleatoria M , distribuita come N ma di parametro aleatorio Λ tale che

$$P(\Lambda = \lambda_1) = P(\Lambda = \lambda_2) = 1/2.$$

Si determini la funzione generatrice dei momenti di

$$Y = \sum_{i=1}^M Y_i$$

in forma chiusa, specificando quali ulteriori ipotesi di indipendenza siano necessarie per ottenerla.

Esercizio 11: Sia Y_1, \dots, Y_n un campione di taglia n proveniente da una variabile aleatoria di densità f_θ , dove θ è un parametro.

- i) Sia $\theta = (a, b)^t$ e

$$f_\theta(y) = a \exp\{-a(y - b)\} I_{\{y > b\}}$$

con $a, b > 0$ e dove I_A è la funzione indicatrice di A . Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza e l'informazione di Fisher di a quando $b = b_0$ è noto.

- ii) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di $\theta = (a, b)^t$ quando sia a sia b sono sconosciuti.

Esercizio 12: Un software geometrico (per la geometria euclidea piana) ha pochissimi comandi:

- punto di base
- retta per due punti
- intersezione di due rette
- retta per un punto dato perpendicolare ad una retta data.

Si consideri un sistema \mathbf{E} di assiomi per la geometria euclidea piana. Si descrivano alcune costruzioni realizzabili sia con il software sia in \mathbf{E} ed alcune realizzabili solo in uno dei due, dimostrando rigorosamente il perché. Si confronti la situazione con le costruzioni eseguibili elementarmente con riga e compasso.

Esercizio 13: Sia $K = \mathbb{Q}(\sqrt{65})$ il campo ottenuto estendendo \mathbb{Q} con $\sqrt{65}$. Per ogni $z = a + b\sqrt{65} \in K$ si ponga $z' = a - b\sqrt{65}$ e si definiscano $\tau(z) = z + z'$ e $\nu(z) = zz'$.

- i) Si dimostri che per ogni $z \in K$ la mappa $Tz : K \rightarrow K$ definita da $Tz(w) = zw$ è un endomorfismo \mathbb{Q} -lineare di K di cui $\tau(z)$ e $\nu(z)$ ne sono, rispettivamente, la traccia ed il determinante.
- ii) Sia $A \subset K$ il sottoinsieme definito dalle condizioni $\tau(z) \in \mathbb{Z}$ e $\nu(z) \in \mathbb{Z}$. Si dimostri che A è un anello e che di fatto $z \in A$ se e soltanto se $z = a + b \left(\frac{1 + \sqrt{65}}{2} \right)$ con $a, b \in \mathbb{Z}$.
- iii) Si dimostri che un elemento $z \in A$ è invertibile (in A) se e soltanto se $\nu(z) = \pm 1$ e che il gruppo A^\times degli elementi invertibili di A è infinito.

Esercizio 14: si consideri un sistema lagrangiano descritto dalla seguente lagrangiana:

$$L = \frac{m}{2} \left((\cosh^2(u) + \sinh^2(u)) \dot{u}^2 + \sinh^2(u) \dot{\theta}^2 \right) + k \sinh^2(u) \quad (k \in \mathbb{R})$$

Si discuta l'esistenza di orbite illimitate al variare delle condizioni iniziali e dei parametri (m, k) del sistema.

TEMA 2, PAG. 4

Facoltativo: si determini lo spazio delle configurazioni del sistema.

Esercizio 15: dimostrare che il sistema hamiltoniano descritto dalla seguente hamiltoniana:

$$H = \frac{1}{2} \left(p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2(\theta)} \right) + k \frac{\cos(\phi)}{\sin^2(\theta)}$$

che si trovi all'istante $t = 0$ in

$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} \\ \phi = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} p_\theta = 1 \\ p_\phi = 0 \end{cases}$$

non può essere poi rilevato in

$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4} \\ \phi = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p_\theta = 2 \\ p_\phi = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

per nessun valore del parametro k .

Dissertazioni

1. Teoria di Galois ed equazioni algebriche.
2. Esempi notevoli di spazi funzionali con struttura di spazio di Banach o Hilbert.
3. Il candidato discuta la relazione tra simmetrie e leggi di conservazione in fisica matematica.
4. Il gruppo fondamentale di uno spazio topologico.
5. L'applicazione esponenziale in un gruppo di Lie.
6. Funzioni ricorsive e primitive ricorsive.
7. Metodi del punto fisso per la risoluzione di equazioni non lineari.
8. Leggi dei grandi numeri e relative applicazioni.
9. Metodi di stima e proprietà degli stimatori.
10. Il concetto di funzione ha avuto una lunga evoluzione storica, passando attraverso definizioni, rappresentazioni, significati diversi. Anche da un punto di vista didattico può essere introdotto in modi diversi e con attività diverse. Il candidato illustri alcuni modi per introdurre il concetto di funzione a livello di scuola secondaria superiore, esplicitando eventualmente gli ambienti tecnologici che possono essere utilizzati.



Dottorato di Torino - XXI ciclo: Tema 2

Il candidato svolga almeno due esercizi, scegliendoli preferibilmente in settori diversi, e svolga una sola dissertazione tra quelle proposte.

Esercizi

Esercizio 1:

i) Sia $\mathbb{Z}[\frac{1}{2}]$ il sottogruppo del gruppo additivo dei numeri razionali definito da

$$\mathbb{Z}[\frac{1}{2}] = \left\{ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \mid b = 2^i \text{ per qualche } i \in \mathbb{Z} \right\}$$

Dimostrare che $\mathbb{Z}[\frac{1}{2}]$ non è finitamente generato.

ii) Sia H un sottogruppo finitamente generato del gruppo additivo dei numeri razionali. Dimostrare che H è ciclico infinito e determinare un generatore.

Esercizio 2: sia $f \in C^0([0, 1])$, spazio vettoriale delle funzioni continue nell'intervallo $[0, 1]$. Si definisca come standard:

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$$

$$\|f\|_2 = \left(\int_0^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}$$

i) Dimostrare che:

$$\|f\|_1 \leq \|f\|_2$$

ii) Trovare una successione di funzioni $f_n \in C^0([0, 1])$, $n = 1, 2, \dots$, tale che per $n \rightarrow +\infty$:

$$n\|f_n\|_1 \rightarrow 0, \quad \|f_n\|_2 \rightarrow +\infty$$

Esercizio 3: si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

$$\begin{cases} f(x) = e^{-1/x^4} & \text{per } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

i) Dimostrare che $f(x)$ è infinitamente derivabile in tutto \mathbb{R} .

ii) Determinare il dominio di analiticità di $f(x)$.

Esercizio 4: Si consideri l'integrale $I(f) = \int_0^1 e^x dx$ e si valutino il numero minimo di intervalli necessario per calcolare $I(f)$ con un errore assoluto $\leq 5 \cdot 10^{-4}$ utilizzando la formula composta dei trapezi e la formula composta di Simpson.

Esercizio 5: Si costruisca analiticamente e geometricamente la successione delle prime due iterate calcolate dai metodi di bisezione, delle secanti e di Newton nell'approssimazione della radice della funzione $f(x) = x^2 - 2$ nell'intervallo $[1, 3]$.

Esercizio 6: Sia T un toro, cioè la superficie topologica ottenuta identificando i lati opposti di un quadrato, e siano A_1, \dots, A_n punti distinti sul toro. Calcolare il gruppo fondamentale $\pi_1(X)$, dove $X = T - \{A_1, \dots, A_n\}$. (Considerare almeno i casi $n = 1, 2, 3$)

Esercizio 7: Nello spazio \mathbb{R}^3 con coordinate (x, y, z) , consideriamo i piani $A : z = 1$ e $B : x = 1$. Consideriamo l'applicazione razionale $\phi : A \rightarrow B$ (cioè data da funzioni razionali, ma non necessariamente ovunque definita) che manda un punto $P \in A$ nel punto di intersezione di B con la retta passante per l'origine e per P . L'applicazione ϕ è di grado uno e ammette inversa razionale ϕ^{-1} .

- i) Scrivere esplicitamente ϕ e ϕ^{-1} e descrivere i luoghi in cui non sono definite.
- ii) Determinare l'immagine mediante ϕ di un fascio di rette parallele in A .
- iii) Determinare l'immagine delle circonferenze $C_k : (x - 1)^2 + y^2 = k, z = 1$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 8: Dimostrare che ogni sottoinsieme infinito e ricorsivamente enumerabile di \mathbb{N} contiene un insieme ricorsivo infinito.

Esercizio 9: Un ordine lineare $(X, <)$ si dice omogeneo se per ogni scelta di $x_1 < x_2$ e $y_1 < y_2$ c'è un automorfismo $f : X \rightarrow X$ tale che manda l'intervallo $[x_1, x_2]$ su $[y_1, y_2]$.

- (i) Dimostrare che ogni ordine lineare omogeneo è denso, senza primo né ultimo elemento.
- (ii) Provare con un controesempio che non vale il converso di (i), cioè esistono ordini lineari densi senza primo o ultimo elemento che non sono omogenei.
- (iii) Dimostrare che la classe **A** degli ordini lineari omogenei è pseudo-elementare, cioè: esiste un linguaggio $\mathcal{L}' \supset \mathcal{L} = \{<\}$ ed esiste una \mathcal{L}' -teoria T' per cui **A** è la classe dei modelli di T' ridotti al linguaggio \mathcal{L} ,

$$\mathbf{A} = \{ \mathcal{A}' \upharpoonright \mathcal{L} \mid \mathcal{A}' \models T' \}$$

Esercizio 10: Sia N una variabile aleatoria di Poisson di parametro $\lambda > 0$ e siano W_1, W_2, \dots variabili aleatorie esponenziali di media $\theta, \theta > 0$ indipendenti e identicamente distribuite e indipendenti da N .

- i) Determinare il momento secondo della variabile aleatoria

$$W = \sum_{i=1}^N W_i.$$

- ii) Siano Y_1, Y_2, \dots variabili aleatorie indipendenti, identicamente distribuite secondo la distribuzione di Bernoulli di parametro $p, p \in (0, 1)$ e sia M una variabile aleatoria distribuita come N ma di parametro aleatorio Λ tale che

$$P(\Lambda = \lambda_1) = P(\Lambda = \lambda_2) = 1/2.$$

Si determini la funzione generatrice dei momenti di

$$Y = \sum_{i=1}^M Y_i$$

in forma chiusa, specificando quali ulteriori ipotesi di indipendenza siano necessarie per ottenerla.

Esercizio 11: Si consideri una popolazione distribuita esponenzialmente con media $1/\lambda$. Si supponga di avere un campione casuale di taglia $n = 1$. Si consideri il test

$$\begin{cases} H_0 : \lambda = \lambda_0 \\ H_1 : \lambda < \lambda_0 \end{cases}$$

a un livello di significatività α . Utilizzare X_1 come statistica di test.

- i) Determinare la funzione potenza di questo test.
- ii) Studiare il suo comportamento al variare di λ .

Esercizio 12: Un software geometrico (per la geometria euclidea piana) ha pochissimi comandi:

- punto di base
- retta per due punti
- intersezione di due rette
- retta per un punto dato perpendicolare ad una retta data.
- circonferenza di centro e raggio dati

Si consideri un sistema \mathbf{E} di assiomi per la geometria euclidea piana. Si descrivano alcune costruzioni realizzabili sia con il software sia in \mathbf{E} ; esistono costruzioni realizzabili solo in uno dei due sistemi? Si dimostri rigorosamente il perché delle risposte. Si **confronti la situazione** con le costruzioni eseguibili elementarmente con riga e compasso.

Esercizio 13: Sia $K = \mathbb{Q}(\sqrt{17})$ il campo ottenuto estendendo \mathbb{Q} con $\sqrt{17}$. Per ogni $z = a + b\sqrt{17} \in K$ si ponga $z' = a - b\sqrt{17}$ e si definiscano $\tau(z) = z + z'$ e $\nu(z) = zz'$.

- i) **Si dimostri** che per ogni $z \in K$ la mappa $Tz : K \rightarrow K$ definita da $Tz(w) = zw$ è un endomorfismo \mathbb{Q} -lineare di K di cui $\tau(z)$ e $\nu(z)$ ne sono, rispettivamente, la traccia ed il determinante.
- ii) Sia $A \subset K$ il sottoinsieme definito dalle condizioni $\tau(z) \in \mathbb{Z}$ e $\nu(z) \in \mathbb{Z}$. Si dimostri che A è un anello e che di fatto $z \in A$ se e soltanto se $z = a + b\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)$ con $a, b \in \mathbb{Z}$.
- iii) Si dimostri che un elemento $z \in A$ è invertibile (in A) se e soltanto se $\nu(z) = \pm 1$ e che il gruppo A^\times degli elementi invertibili di A è infinito.

Esercizio 14: si consideri un disco materiale omogeneo di massa M vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale muovendosi in un piano verticale. Sia inoltre P un punto materiale di massa $m = \frac{1}{2}M$ vincolato a muoversi senza attrito lungo il bordo del disco. Si scriva una hamiltoniana per il sistema e si determini un sistema di coordinate canoniche in cui l'equazione di Hamilton-Jacobi si separa; non è richiesta l'integrazione esplicita.

Esercizio 15: si consideri un punto materiale di massa unitaria $m = 1$ vincolato a muoversi su un piano con coordinate polari (r, θ) . Sia inoltre tale punto soggetto a un potenziale di dipolo $U = -\frac{\cos(\theta)}{r^2}$.

Si dimostri che il punto con condizioni iniziali

$$\begin{cases} r = 1 \\ \theta = \pi/2 \\ \dot{r} = 0 \\ \dot{\theta} = 1 \end{cases}$$

non può, in un momento successivo e in assenza di forze esterne, essere rivelato in:

$$\begin{cases} r = \infty \\ \theta = 0 \\ \dot{r} = 1 \end{cases}$$

e con momento angolare $r^2\dot{\theta} = 0$.

Dissertazioni

1. Estensioni algebriche e trascendenti di campi.
2. Serie di Fourier o, a scelta del candidato, trasformata di Fourier.
3. Il candidato discuta gli aspetti che considera più rilevanti nella teoria dei sistemi ologami in meccanica classica.
4. Classificazione delle superfici topologiche.
5. Il teorema di Gauss-Bonnet.
6. L'assioma della scelta: enunciati equivalenti ed applicazioni in varie parti della matematica.
7. Interpolazione polinomiale e sue proprietà.
8. Variabili binomiali e relativi teoremi limite.
9. Famiglie esponenziali e statistiche sufficienti.
10. La geometria euclidea e quella delle trasformazioni rappresentano due metodi diversi, ma integrabili tra di loro, per sviluppare un percorso di geometria nella scuola secondaria superiore. Il candidato ne illustri uno, esplicitando eventualmente gli ambienti informatici che possono essere utilizzati.



Dottorato di Torino - XXI ciclo: Tema 3

Il candidato svolga almeno due esercizi, scegliendoli preferibilmente in settori diversi, e svolga una sola dissertazione tra quelle proposte.

Esercizi

Esercizio 1: Sia p un numero primo e sia \mathbb{Z}_p il campo finito con p elementi. Denotiamo con $GL(n, p) = GL(n, \mathbb{Z}_p)$ il gruppo delle matrici invertibili di ordine n con elementi nel campo \mathbb{Z}_p , con $SL(n, p)$ il sottogruppo di $GL(n, p)$ delle matrici invertibili con determinante 1 e con $PGL(n, p)$ il gruppo quoziente di $GL(n, p)$ per il sottogruppo delle matrici scalari, cioè delle matrici multiple della matrice identità.

- Determinare l'ordine del gruppo $GL(n, p)$, in funzione di n e p .
- Dimostrare che $SL(n, p)$ e $PGL(n, p)$ hanno lo stesso ordine.
- Sia $i : SL(n, p) \rightarrow GL(n, p)$ l'inclusione e $\pi : GL(n, p) \rightarrow PGL(n, p)$ la proiezione sul quoziente. Dimostrare che per $n = p$ la composizione $\pi \circ i$ è un isomorfismo di gruppi.

Esercizio 2: sia $f \in C^0([0, 1])$, spazio vettoriale delle funzioni continue nell'intervallo $[0, 1]$. Si definisca come standard:

$$\|f\|_2 = \left(\int_0^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}$$
$$\|f\|_\infty = \sup_{x \in [0, 1]} |f(x)|$$

- Dimostrare che:

$$\|f\|_2 \leq \|f\|_\infty$$

- Trovare una successione di funzioni $f_n \in C^0([0, 1])$, $n = 1, 2, \dots$, tale che per $n \rightarrow +\infty$:

$$n\|f_n\|_2 \rightarrow 0, \quad \|f_n\|_\infty \rightarrow +\infty$$

Esercizio 3: si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

$$\begin{cases} f(x) = e^{-1/x^6} & \text{per } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- Dimostrare che $f(x)$ è infinitamente derivabile in tutto \mathbb{R} .
- Determinare il dominio di analiticità di $f(x)$.

Esercizio 4: Volendo costruire la seguente formula di quadratura di tipo interpolatorio

$$\int_1^2 f(x) \approx w_1 f(1) + w_2 f'(1) + w_3 f(2)$$

determinare i coefficienti w_j , $j = 1, 2, 3$ ed il grado di precisione della formula stessa.

Esercizio 5: Ricordando che il metodo di Newton per la risoluzione di equazioni non lineari è un particolare metodo di punto fisso, verificare che il suo ordine di convergenza è 2.

Esercizio 6: Siano L_1, L_2, \dots, L_n rette distinte passanti per l'origine di \mathbb{R}^3 , e sia X la loro unione. Calcolare il gruppo fondamentale $\pi_1(\mathbb{R}^3 - X)$. (Considerare almeno i casi $n = 1, 2, 3$)

Esercizio 7: Sia C una circonferenza fissa di raggio R nel piano \mathbb{R}^2 e sia D una circonferenza di raggio r nello stesso piano di C ed esterna a C che, senza strisciare, rotola su C . Sia Γ la curva descritta da un punto P della curva D .

- i) Determinare delle equazioni parametriche per la curva Γ .
- ii) Dimostrare che, se $\frac{r}{R}$ è un numero razionale, allora Γ è una curva chiusa. (Nota Bene: è possibile rispondere a questa domanda senza aver risposto alla precedente).

Esercizio 8: Sia κ un cardinale infinito. Dimostrare che

$$\{X \subseteq \kappa \mid |X| = \kappa\}$$

ha cardinalità 2^κ .

Esercizio 9:

- i) Dimostrare che ogni $A \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ricorsivamente enumerabile è uniformizzabile, cioè esiste una funzione parziale ricorsiva f il cui grafo è contenuto in A e tale che $\text{dom}(f) = \text{dom}(A)$.
- ii) Dimostrare che se $A, B \subseteq \mathbb{N}$ sono ricorsivamente enumerabili, allora esistono $A' \subseteq A$ e $B' \subseteq B$, anch'essi ricorsivamente enumerabili e tali che

$$A' \cap B' = \emptyset \quad \text{e} \quad A' \cup B' = A \cup B$$

- iii) Dimostrare che se $A, B \subseteq \mathbb{N}$ sono disgiunti con $\mathbb{N} \setminus A$ e $\mathbb{N} \setminus B$ ricorsivamente enumerabili, allora c'è un insieme ricorsivo C tale che

$$A \subseteq C \quad \text{e} \quad B \cap C = \emptyset.$$

Esercizio 10: Sia N una variabile aleatoria geometrica di parametro $\lambda > 0$ e siano W_1, W_2, \dots variabili aleatorie normali standard indipendenti e identicamente distribuite e indipendenti da N .

- i) Determinare il momento secondo della variabile aleatoria

$$W = \sum_{i=1}^N W_i.$$

- ii) Siano Y_1, Y_2, \dots variabili aleatorie indipendenti, identicamente distribuite secondo la distribuzione di Bernoulli di parametro p , $p \in (0, 1)$ e sia M una variabile aleatoria distribuita come N ma di parametro aleatorio Λ tale che

$$P(\Lambda = \lambda_1) = P(\Lambda = \lambda_2) = 1/2.$$

Si determini la funzione generatrice dei momenti di

$$Y = \sum_{i=1}^M Y_i$$

in forma chiusa, specificando quali ulteriori ipotesi di indipendenza siano necessarie per ottenerla.

Esercizio 11: Si consideri una popolazione distribuita uniformemente su $(\theta, \theta + 1)$ con θ reale. Si supponga di avere un campione casuale di taglia $n = 1$. Si consideri il test

$$\begin{cases} H_0 : & \theta = \theta_0 \\ H_1 : & \theta > \theta_0 \end{cases}$$

a un livello di significatività α . Utilizzare X_1 come statistica di test.

- i) Determinare la regione critica del test a un livello di significatività $\alpha = 0.05$.
- ii) Determinare la funzione potenza di questo test.

Esercizio 12: Un software geometrico (per la geometria euclidea piana) ha pochissimi comandi:

- punto di base
- retta per due punti
- intersezione di due rette
- retta per un punto dato parallela ad una retta data.

Si consideri un sistema **E** di assiomi per la geometria euclidea piana. Si descrivano alcune costruzioni realizzabili sia con il software sia in **E** ed alcune realizzabili solo in uno dei due, dimostrando rigorosamente il perché. Si confronti la situazione con le costruzioni eseguibili elementarmente con riga e compasso.

Esercizio 13: Sia $K = \mathbb{Q}(\sqrt{37})$ il campo ottenuto estendendo \mathbb{Q} con $\sqrt{37}$. Per ogni $z = a + b\sqrt{37} \in K$ si ponga $z' = a - b\sqrt{37}$ e si definiscano $\tau(z) = z + z'$ e $\nu(z) = zz'$.

- i) Si dimostri che per ogni $z \in K$ la mappa $Tz : K \rightarrow K$ definita da $Tz(w) = zw$ è un endomorfismo \mathbb{Q} -lineare di K di cui $\tau(z)$ e $\nu(z)$ ne sono, rispettivamente, la traccia ed il determinante.
- ii) Sia $A \subset K$ il sottoinsieme definito dalle condizioni $\tau(z) \in \mathbb{Z}$ e $\nu(z) \in \mathbb{Z}$. Si dimostri che A è un anello e che di fatto $z \in A$ se e soltanto se $z = a + b\left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}\right)$ con $a, b \in \mathbb{Z}$.
- iii) Si dimostri che un elemento $z \in A$ è invertibile (in A) se e soltanto se $\nu(z) = \pm 1$ e che il gruppo A^\times degli elementi invertibili di A è infinito.

Esercizio 14: si consideri un punto materiale vincolato a muoversi su una superficie di equazione $z^2 - x^2 - y^2 = 1$ e soggetto ad un potenziale $V = k(x^2 + y^2)$. Si supponga la superficie liscia.

- a) Si scriva una lagrangiana per il sistema;
- b) si determini una lagrangiana ridotta per i moti ristretti del sistema che avvengono con uno specifico valore J del momento angolare;
- c) si discuta l'esistenza di moti circolari e la loro stabilità.

Esercizio 15: si consideri il sistema hamiltoniano descritto dalla seguente hamiltoniana:

$$H = \frac{1}{2} \left(p_x^2 + \frac{p_y^2}{x^2} \right) + \frac{f(y)}{x^2}$$

dove $f(y)$ è una qualunque funzione (differenziabile). Dimostrare che se il sistema si trova all'istante $t = 0$ in

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} p_x = 1 \\ p_y = 0 \end{cases}$$

non può essere poi rilevato in

$$\begin{cases} x \rightarrow \infty \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} p_x = 0 \\ p_y = 1 \end{cases}$$

per nessuna funzione (differenziabile) $f(y)$.



Dissertazioni

1. Decomposizione primaria di un ideale in un anello commutativo.
2. Equazioni alle derivate parziali ellittiche, o ipoellittiche, o iperboliche, a scelta del candidato.
3. Il candidato discuta gli aspetti che ritiene più rilevanti del formalismo hamiltoniano in meccanica classica.
4. Curve algebriche piane.
5. Curvatura gaussiana di una superficie e il "*Theorema Egregium*" di Gauss.
6. Il teorema di Löwenheim-Skolem e le sue applicazioni.
7. Approssimazione di una funzione nel senso dei minimi quadrati discreti.
8. Funzione caratteristica e sue applicazioni in calcolo delle probabilità.
9. Test di ipotesi per un parametro.
10. I massimi e i minimi di una situazione geometrica esprimibile con una funzione possono essere affrontati per via elementare anche senza gli strumenti propri dell'Analisi Matematica. Si illustrino degli esempi a livello di scuola secondaria superiore, esplicitando eventualmente gli ambienti informatici che possono essere utilizzati.



Borse Lagrange: Tema 1

Il candidato descriva il comportamento di un sistema complesso biologico o artificiale.

[Handwritten signature] *[Handwritten signature]*

Borse Lagrange: Tema 2

Caos, complessità, emergenza, frattalizzazione sono caratteristiche comuni a molti sistemi biologici e artificiali. Si descrivano tali caratteristiche in uno o più sistemi a scelta del candidato.

Ami mf 2

Borse Lagrange: Tema 3

I sistemi complessi possono essere investigati con vari metodi e strumenti. Il candidato descriva uno di tali metodi e/o strumenti, facendo eventualmente riferimento ad un'esperienza concreta di ricerca.

Ami mf 2

Borse Lagrange: Facoltativo *(per tutti i temi)*

Si studi il modello logistico discreto

$$a_{n+1} = (k+1)a_n - ka_n^2/E, \quad n = 1, 2, \dots$$

con $0 \leq k \leq 3$ costante di regolazione, ed $E > 0$ popolazione di equilibrio.

Finis